ALGEBARSKI IZRAZI I POLINOMI

Transformacije algebarskih izraza

Kako dati izraz rastaviti na činioce?

Prati sledeći postupak:

1) Izvuči zajednički iz svih ispred zagrade, naravno, ako ima (distrubutivni zakon)

2) Gledamo da li je neka formula:

$A^2 - B^2 = (A - B) \cdot (A + B)$ Razlika kvadrata

$I^2 + 2 \cdot I \cdot II + II^2 = (I + II)^2$ Kvadrat binoma (kvadrat zbira)

$I^2 - 2 \cdot I \cdot II + II^2 = (I - II)^2$ Kvadrat binoma (kvadrat razlike)

Izvlačenje zajedničkog ispred zagrade:

1) $5a + 5b = 5(a + b)$
2) $2a + 4b = 2(a + 2b)$
3) $a^2 - a = a(a - 1)$

Upotreba formula

$$\boxed{A^2 - B^2 = (A - B) \cdot (A + B)}$$

1) $x^2 - 4 = x^2 - 2^2 = (x - 2)(x + 2)$

2) $9 - a^2 = 3^2 - a^2 = (3 - a)(3 + a)$

3) $x^2 - 1 = x^2 - 1^2 = (x - 1)(x + 1)$

4) $y^2 - 144 = y^2 - 12^2 = (y - 12)(y + 12)$

5) $4x^2 - 9 = 2^2 x^2 - 3 = (2x)^2 - 3^2 = (2x - 3)(2x + 3)$

$$A^2 + 2AB + B^2 = (A+B)^2 \quad \text{i} \quad A^2 - 2AB + B^2 = (A-B)^2 \qquad \text{ili}$$

$$\boxed{I^2 + 2 \cdot I \cdot II + II^2 = (I+II)^2 \quad \text{i} \quad I^2 - 2 \cdot I \cdot II + II^2 = (I-II)^2}$$

1) $x^2 + 8x + 16 =$

Gledamo prvi i treći član jer nam oni daju A^2 i B^2, a onaj u sredini proveravamo da li je $2 \cdot A \cdot B$

Kako je $A^2 = x^2 \Rightarrow A = x$

$B^2 = 16 \Rightarrow B = 4$

$2 \cdot AB = 2 \cdot x \cdot 4 = 8x$

Pa je $x^2 + 8x + 16 = (x+4)^2$

2) $\underset{A^2}{\underset{\uparrow}{x^2}} \underset{\downarrow}{-10x} + \underset{B^2}{\underset{\uparrow}{25}} = (x-5)^2$ jer je $A^2 = x^2 \Rightarrow A = x$

$B^2 = 25 \Rightarrow B = 5$

$2AB = 2 \cdot x \cdot 5 = 10x$

Proveri da li je 2AB

3) $64 + 16y + y^2 = (8+y)^2$

4) $a^2 + 4ab + 4b^2 = (a+2b)^2$

5) $a^2 - 6ab + 9b^2 = (a-3b)^2$

6) $4x^2 - 20xy + 25y^2 = (a-5y)^2$

Polinomi

Oblika su:

$$P(x) = a_n x^n + a_{n+1} x^{n+1} + ... + a_1 x + a_0$$

Ovaj oblik se dobija "sredjivanjem" polinoma (sabiranjem, oduzimanje...) i naziva se kanonički, x-je promenljiva $a_n, a_{n+1}, ..., a_0$ su koeficijenti (konstante), n je prirodan broj ili nula.

Ako je $a_n \neq 0$, onda kažemo da je polinom P stepena n, pa je a_n "najstariji'' koeficijent.

Primer: $P(x) = 4x^3 + 6x^2 - 2x + 7$

-ovaj polinom je stepena 3 a najstariji koeficijenat je 4.

Sabiranje i oduzimanje polinoma

Primer:

$$P(x) = 3x^3 - 4x^2 + 6x - 7$$
$$Q(x) = 4x^3 - 2x^2 + 12x + 3$$

$$P(x) + Q(x) = (3x^3 - 4x^2 + 6x - 7) + (4x^3 - 2x^2 + 12x + 3)$$
$$= 3x^3 - 4x^2 + 6x - 7 + 4x^3 - 2x^2 + 12x + 3$$

$=$ krenemo sa sabiranjem sa najvecim stepenom pa dok ne dodjemo do ''slobodnih članova''

$$= 7x^3 - 6x^2 + 18x - 4$$

$$P(x) - Q(x) = (3x^3 - 4x^2 + 6x - 7) - (4x^3 - 2x^2 + 12x + 3)$$

$=$ **pazi: Minus ispred zagrade menja znak <u>svim</u> članovima u zagradi**

$$= 3x^3 - 4x^2 + 6x - 7 - 4x^3 + 2x^2 - 12x - 3$$
$$= -x^3 - 2x^2 - 6x - 10$$

Najbolje je da podvlačite slične monome kako se ne desi greška u sabiranju (oduzimanju)

Množenje polinoma

Primer 1: $P(x) = 2x - 3$

$Q(x) = x^2 + 4x - 7$

$$P(x) \cdot Q(x) = (2x-3) \cdot (x^2 + 4x - 7)$$

Kako množiti ?

Množi se ‘’svaki sa svakim’’. Najbolje je da prvo odredimo znak $:(+\cdot+=+,\ -\cdot-=+,\ +\cdot-=-,\ -\cdot+=-)$, onda pomnožimo brojke i na kraju nepoznate. Naravno da je $x \cdot x = x^2$, $x^2 \cdot x = x^3$, $x^2 \cdot x^2 = x^4$, itd. (ovde koristimo pravila iz stepenovanja: $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$

Vratimo se na zadatak:

$$(2x-3) \cdot (x^2 + 4x - 7) =$$

$2x^3 + 8x^2 - 14x - 3x^2 - 12x + 21 =$ uočimo slične monome...

$= 2x^3 + 5x^2 - 26x + 21$

Primer 2:

$A(x) = -x^2 + 4x - 7$

$B(x) = 2x^2 + 5x + 1$

$$\begin{aligned} A(x) \cdot B(x) &= (-x^2 + 4x - 7) \cdot (2x^2 + 5x + 1) \\ &= -2x^4 - 5x^3 - x^2 + 8x^3 + 20x^2 + 4x - 14x^2 - 35x - 7 \\ &= -2x^4 + 3x^3 + 5x^2 - 31x - 7 \end{aligned}$$